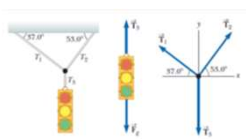
Zasady dynamiki

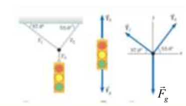
I zasada dynamiki Newtona

Jeżeli suma wektorowa sił działających na ciało jest równa zero, to ciało pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem prostoliniowym ze stałą prędkością.

Przykład 1 Wyznaczyć siły naciągu lin



$$\sum F_y = 0 \rightarrow T_3 - F_g = 0$$
$$T_3 = F_g = 122\ \text{N}$$



Force	x Component	y Component
$\vec{\mathbf{T}}_1$	$-T_1 \cos 37.0°$	$T_1 \sin 37.0°$
$\vec{\mathbf{T}}_2$	$T_2 \cos 53.0°$	$T_2 \sin 53.0°$
$\vec{\mathbf{T}}_3$	0	-122 N

(1) $\sum F_x = -T_1 \cos 37.0° + T_2 \cos 53.0° = 0$

(2) $\sum F_y = T_1 \sin 37.0° + T_2 \sin 53.0° + (-122\ \text{N}) = 0$

(3) $T_2 = T_1\left(\frac{\cos 37.0°}{\cos 53.0°}\right) = 1.33 T_1$

$T_1 \sin 37.0° + (1.33 T_1)(\sin 53.0°) - 122\ \text{N} = 0$

$T_1 = 73.4\ \text{N}$

$T_2 = 1.33 T_1 = 97.4\ \text{N}$

II zasada dynamiki Newtona

I. Pęd punktu materialnego

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

II. Druga zasada dynamiki

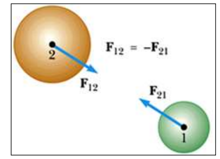
$$\Delta\vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

Jeżeli masa nie ulega zmianie :

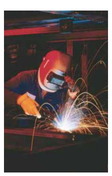
$$\vec{F} = \frac{\Delta(m\vec{v})}{\Delta t} = m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = m\vec{a}$$

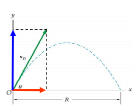
Trzecia zasada dynamiki



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Rzut ukośny - równanie toru





$$v_{0x} = v_0\cos(\theta)$$
$$v_{0y} = v_0\sin(\theta)$$

$$x = v_{0x}t$$
$$y = v_{0y}t - g\frac{t^2}{2}$$

$$t = \frac{x}{v_{0x}}$$

$$y = v_{0y}\frac{x}{v_{0x}} - g\frac{\left(\frac{x}{v_{0x}}\right)^2}{2} = xtg\theta - \frac{g}{2v_0^2\cos^2(\theta)}x^2$$

Zasięg

$$y = 0 \;\Rightarrow\; R\left(tg\theta - \frac{g}{2v_0^2\cos^2(\theta)}R\right) = 0$$

$$R = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}\cdot\frac{2v_0^2\cos^2(\theta)}{g} = \frac{v_0^2\sin(2\theta)}{g}$$

7

Zasady dynamiki Newtona – demon Laplace'a

Znając położenia początkowe, początkowe prędkości ciał oraz działające na nie siły można wyznaczyć dokładnie ich dalsze zachowanie.

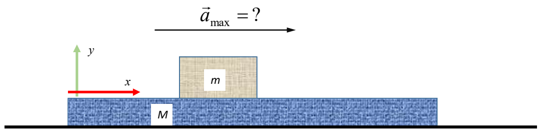
Na przykład w przypadku jednego ciała na które działa stała siła $\vec{F}$

$$\vec{a} = \frac{1}{m}\vec{F}$$

$$\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}(0)$$

$$\vec{r} = \vec{v}(0)t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

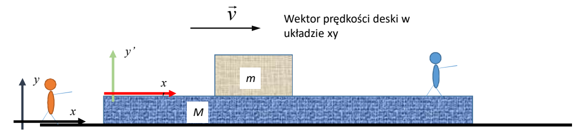
Względność ruchu – układy odniesienia



Na poziomym stole leży deska na której położono klocek o masie *m*. Jaka może być maksymalna wartość przyspieszenia deski, przy której klocek jeszcze nie przesuwa się po desce?

Względność ruchu – układy odniesienia

Umieśćmy na desce naszego obserwatora. Wprowadźmy również drugiego obserwatora na podłodze po której porusza się deska.



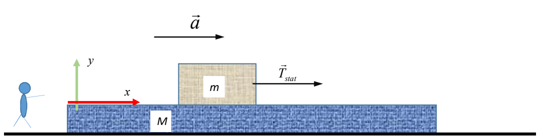
Niech klocek spoczywa na desce. Prędkość klocka względem deski równa się 0 m/s.

Niech deska porusza się po podłodze ze stałą prędkością. Prędkość klocka względem podłogi jest taka sama jak prędkość deski względem podłogi.

Wniosek. Kiedy opisujemy ruch obiektu, to zawsze musimy określić układ odniesienia względem którego opisujemy ruch.

Względność ruchu – układy odniesienia

Umieśćmy na podłodze naszego obserwatora i zwiążmy z nim układ odniesienia. Jest to układ inercjalny. Niech deska porusza się z stałym przyspieszeniem względem podłogi. Z takim samym przyspieszeniem względem podłogi musi poruszać się również klocek.



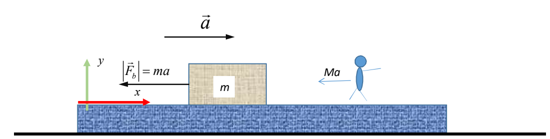
$$\vec{T}_{stat} = m\vec{a}$$

Maksymalna wartość siły tarcia statycznego $T_{stat,max} = \mu_{stat} N$

$$\vec{a}_{\max} = \frac{\mu_{stat} N}{m} = \frac{\mu_{stat} \cancel{m} g}{\cancel{m}} = \mu_{stat} g$$

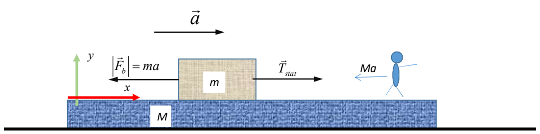
Względność ruchu – układy odniesienia

Umieśćmy na desce naszego obserwatora i zwiążmy z deską układ odniesienia. Jest to układ nieinercjalny w którym na każde ciało działa siła bezwładności $\vec{F}_b = m_{ob}(-\vec{a})$



Względność ruchu – układy odniesienia

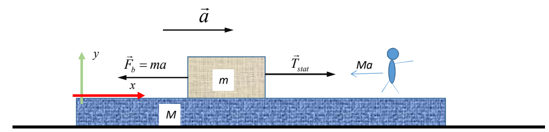
Umieśćmy na desce naszego obserwatora i zwiążmy z deską układ odniesienia. Jest to układ nieinercjalny w którym na każde ciało działa siła bezwładności $\vec{F}_b = m_{ob}(-\vec{a})$



$$\vec{F}_b + \vec{T}_{stat} = 0$$

Maksymalna wartość siły tarcia statycznego $T_{stat,max} = \mu_{stat} N$

Względność ruchu – układy odniesienia



$$\vec{F}_b = -\vec{T}_{stat}$$

$$T_{\max,stat} = \mu_{stat} \cdot mg$$

$$F_b = ma \le \mu_{stat} \cdot mg$$

$$a \le \mu_{stat} \cdot g \quad \Rightarrow \quad a_{\max} = \mu_{stat} \cdot g$$

Względność ruchu – układy odniesienia

Przykład 2

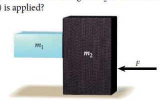
••4.88 A block of mass $m_1 = 2.30$ kg is placed in front of a block of mass $m_2 = 5.20$ kg, as shown in the figure. The coefficient of static friction between m_1 and m_2 is 0.65, and there is negligible friction between the larger block and the tabletop.

a) What forces are acting on m_1?

b) What is the minimum external force F that can be applied to m_2 so that m_1 does not fall?

c) What is the contact force between m_1 and m_2?

d) What is the net force acting on m_2 when the force found in part (b) is applied?



Względność ruchu – układy odniesienia

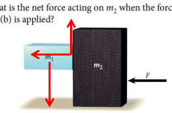
••4.88 A block of mass $m_1 = 2.30$ kg is placed in front of a block of mass $m_2 = 5.20$ kg, as shown in the figure. The coefficient of static friction between m_1 and m_2 is 0.65, and there is negligible friction between the larger block and the tabletop.

a) What forces are acting on m_1?

b) What is the minimum external force F that can be applied to m_2 so that m_1 does not fall?

c) What is the contact force between m_1 and m_2?

d) What is the net force acting on m_2 when the force found in part (b) is applied?



b)

$$m_1 g - T = 0$$

$$T \le T_{\max} = N f_{st}$$

$$T = m_1 g \le N f_{st}$$

$$N \ge \frac{m_1 g}{f_{stat}}$$

$$N = m_1 a$$

$$a \ge \frac{g}{f}$$

$$F_{\min} = (m_1 + m_2)\frac{g}{f}$$

d)

$$F_2 = F - N = m_2 a = m_2 \frac{g}{f}$$

Zasady dynamiki Newtona – demon Laplace'a

Znając położenia początkowe, początkowe prędkości ciał oraz działające na nie siły można wyznaczyć **dokładnie** ich dalsze zachowanie.

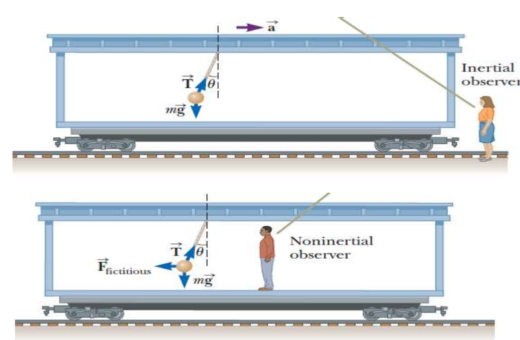
Na przykład w przypadku jednego ciała na które działa stała siła $\vec{F}$

$$\vec{a} = \frac{1}{m}\vec{F}$$

$$\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}(0)$$

$$\vec{r} = \vec{v}(0)t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

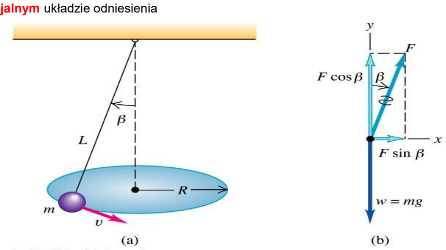
Układy nieinercjalne



18

Układy inercjalne

Wyznaczyć wartość okresu obiegu. Z punktu widzenia obserwatora **w inercjalnym** układzie odniesienia



F – siła naciągu liny

$$F \cos\beta = mg$$

$$F \sin\beta = \frac{mv^2}{R}$$

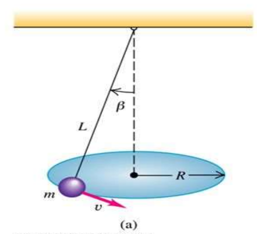
$$\tan\beta = \frac{v^2}{Rg}$$

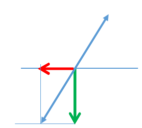
$$T = \frac{2\pi R}{v} = \sqrt{\frac{R}{r \cdot tg\,\beta}} \quad \Leftrightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{L\cos\beta}{g}}$$

19

Układy nieinercjalne

Wyznaczyć wartość okresu obiegu. Z punktu widzenia obserwatora **w nieinercjalnym** układzie odniesienia





F – siła naciągu liny

$$F \cos\beta = mg$$

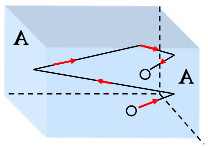
$$F \sin\beta = \frac{mv^2}{R}$$

$$\tan\beta = \frac{v^2}{Rg}$$

$$\Leftrightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{L\cos\beta}{g}}$$

20

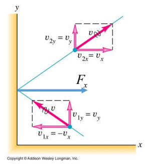
ciśnienie gazu



$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

$$F_x = \frac{\Delta p_x}{\Delta t} \qquad F_y = \frac{\Delta p_y}{\Delta t}$$

Ciśnienie wywierane przez gaz na ścianki naczynia



a) jedna cząstka

założenie: zderzenia doskonale sprężyste

$$\frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} \Rightarrow |v_1| = |v_2|$$

$$\vec{F}_y = 0 \Rightarrow \quad \Delta p_y = 0 \Rightarrow v_y = v_{1y}$$

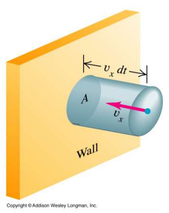
zmiana pędu w wyniki zderzenia:

$$\Delta p_x = mv_{2x} - mv_{1x} \Rightarrow F_x = \frac{\Delta p_x}{\Delta t} = \frac{2mv_x}{\Delta t}$$

$$\boxed{F_x = \frac{2mv_x}{\Delta t}}$$

Ciśnienie wywierane przez gaz na ścianki naczynia

b) gaz doskonały o koncentracji n



ΔN - ilość cząstek uderzających w czasie Δt w fragment ściany o powierzchni ΔS

$$\Delta N = \frac{1}{2} n\, v_x\, \Delta t\, \Delta S$$

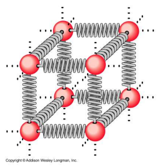
$$F = \frac{2mv_x}{\Delta t} \cdot \frac{1}{2} n\, v_x\, \Delta t\, \Delta S$$

$$p = \frac{F}{\Delta S} = 2n \cdot \frac{mv_x^2}{2}$$

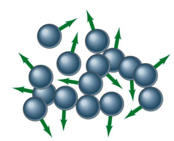
Jak powiązać energię kinetyczną cząstki z jakimś parametrem makroskopowym ?

Temperatura

- Temperatura jest miarą energii kinetycznej cząstek.
- Zderzenia pomiędzy cząstkami powodują redystrybucję energii



Monokryształ

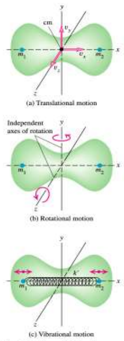


(b)

Ciecz, gaz

Stopnie swobody

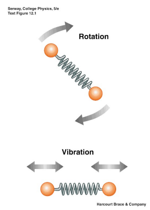
Liczba stopni swobody = liczba niezależnych parametrów potrzebnych do opisania położenia cząstki. Jako przykład rozpatrzmy cząstkę dwuatomową.



$n_{post} = 3$

$n_{obr} = 2$

$n_{oscyl} = 1$



$$i = n_{post} + n_{obr} + 2n_{oscyl}$$

Stopnie swobody

✶ Zasada ekwipartycji energii

Na każdy stopień swobody przypada taka sama energia kinetyczna równa :

$$E = \frac{1}{2}kT$$

k -stała Boltzmanna

Średnia energia cząstki :

$$\langle E \rangle = \frac{i}{2}kT$$

Energia wewnętrzna gazu doskonałego

- Energia wewnętrzna *n* moli gazu doskonałego

$$U = nN_A \cdot \langle E \rangle = \frac{i}{2} nN_A kT = \frac{i}{2} nRT$$

Przykład.

Średnia prędkość kwadratowa cząsteczki O_2 w temperaturze 300K

$m(0_2) = 5.3 \times 10^{-26} kg$

$$\frac{m < v^2 >}{2} = \frac{3}{2}kT \Rightarrow v_{sr,kw} = \sqrt{< v^2 >} = \sqrt{\frac{3}{2}\frac{kT}{m}}$$

$$\boxed{v_{sr,kw} = 480\, m/s}$$

Ciśnienie wywierane przez gaz na ścianki naczynia

Cząstki w gazie poruszają się całkowicie chaotycznie, stąd

$$v_x^2 = v_y^2 = v_z^2 \longrightarrow v_c^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = 3v_x^2$$

$$E_k = \frac{m\left(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2\right)}{2} = \frac{3mv_x^2}{2}$$

$$p = 2n \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3 \cdot mv_x^2}{2} = \frac{2}{3} n \cdot E_k$$

$$\boxed{p = \frac{2}{3} n \cdot E_k = \frac{2}{3} n \cdot \frac{3}{2} kT = nkT}$$

Ciśnienie wywierane przez gaz na ścianki naczynia

Równanie gazu doskonałego

$$\boxed{p = nkT}$$

$$n = \frac{N}{V} = \frac{n_{mol} N_A}{V} \Rightarrow p = \frac{n_{mol}}{V} N_A kT$$

R

n_{mol} - *ilość moli gazu*

Równanie gazu doskonałego

$$pV = n_{mol} RT$$