

*Zdrowych, Spokojnych Świąt
oraz
Pomyślności w Nowym 2023 roku*

Cząstka jako fala -podsumowanie

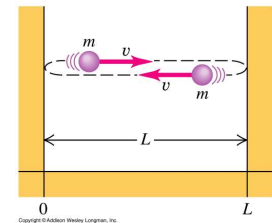
- Dyfrakcja elektronów na kryształach Ni
- Przejście elektronów przez dwie szczeliny
- Elektron w atomie wodoru wg. modelu Bohra
- Kwantowanie energii

Kwantowanie energii

- Energia dowolnego obiektu jest skwantowana. Obiekt znajduje się na jednym z dozwolonych poziomów energetycznych
- Zmiana energii układu może odbywać się wyłącznie porcjami - *kwantami*
- W makroświecie odległość pomiędzy najbliższymi poziomami energetycznymi jest nieznaczalnie mała

Cząstka w studni potencjału

1. Przypadek klasyczny



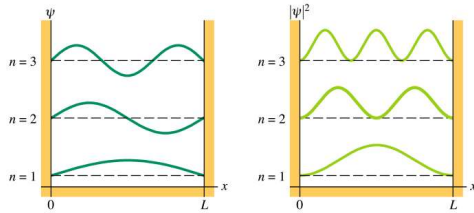
Znajdująca się w głębokiej studni piłka może posiadać **dowolną** energię kinetyczną.

W szczególnym przypadku gdy znajduje się w spoczynku na dnie studni posiada energię całkowitą równą **zeru**.

Cząstka w studni potencjału -wnioski

Funkcja falowa : $\Psi_n = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin(kx)$

Wewnątrz studni powstaje fala stojąca materii z węzłami na brzegach studni.



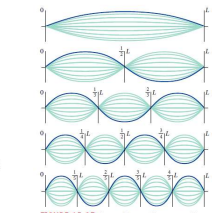
$p r_{\Delta V} = |\psi|^2 \Delta V$

Elektron w nieskończonej studni potencjału

Wewnątrz studni powstaje fala stojąca materii z węzłami na brzegach studni.

Figure 39-2 The electric potential energy U(x) of an electron confined to the central cylinder of the idealized trap of Fig. 39-1. We see that U = 0 for 0 < x < L, and U → ∞ for x < 0 and x > L.

$\Psi(x) = A \sin(kx) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right)$



$L = n \Delta x_{\text{zero}} = n \frac{\lambda_m}{2}$
 $\lambda_m = \frac{2L}{n}$

$E = \frac{p^2}{2m}$
 $\lambda_m = \frac{h}{p} \Rightarrow p = \frac{h}{\lambda_m}$
 $E = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda_m^2}$
 $E = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{8mL^2} n^2$
 $E = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} n^2$

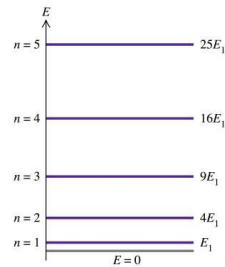
Cząstka w studni potencjału -wnioski

W nieskończonej studni potencjału energia cząstki może przyjmować tylko pewne ściśle określone, różne od zera wartości:

$E = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} n^2$

gdzie $n = 1, 2, 3, \dots$

$\Psi(x) = A \sin(kx)$



Cząstka w studni potencjału -wnioski

Przykład 1

Pylek o masie 1 g w studni o szerokości 1 cm

a) minimalna energia

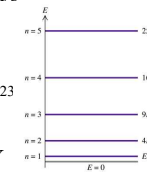
$E_1 = \frac{h^2}{8mL^2} = \frac{(6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})^2}{8 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 5.49 \cdot 10^{-58} \text{ J} = 3.43 \cdot 10^{-39} \text{ eV}$

b) nr poziomu gdy porusza się z prędkością 3cm/s

$E_n = \frac{1}{2} m v^2 = 4.5 \cdot 10^{-10} \text{ J}$

$E_n = n^2 E_1 \Rightarrow n = \sqrt{E_n / E_1} = 9.05 \cdot 10^{23}$

$E_{n+1} - E_n = (2n+1)E_1 \approx 6.2 \cdot 10^{-15} \text{ eV}$



Cząstka w studni potencjału -wnioski

Przykład 2

Elektron o masie 9.11×10^{-31} g w studni o szerokości $2 \text{ nm} = 20 \text{ \AA}$.

a) minimalna energia

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{8mL^2} n^2$$

$$E_1 = \frac{h^2}{8mL^2} = \frac{(6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})^2}{8 \cdot (9.11 \cdot 10^{-34} \text{ kg}) \cdot (2 \cdot 10^{-10} \text{ m})} = 1.51 \cdot 10^{-18} \text{ J} = 0.09 \text{ eV}$$

b) poziomy drugi i trzeci

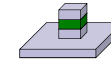
$$E_2 = 4 \cdot E_1 = 0.36 \text{ eV}$$

$$E_3 = 9E_1 = 0.81 \text{ eV}$$

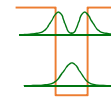
$$E_2 - E_1 = 0.27 \text{ eV} \quad \text{Daleka podczerwień}$$



? These containers hold solutions of microscopic semiconductor particles of different sizes. The particles glow when exposed to ultraviolet light; the smallest particles glow blue and the largest particles glow red. Why?



elektron

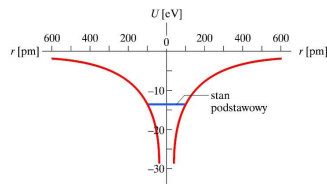


10 nm

Poziomy energetyczne elektronu można kontrolować wielkością i kształtem kropki

$$E = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} n^2$$

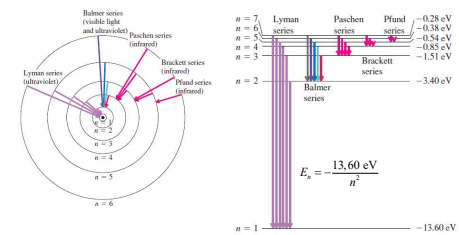
Atom wodoru



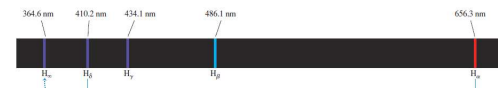
$$U(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$$

Rys. 40.15. Zależność energii potencjalnej U atomu wodoru od odległości r pomiędzy elektronem a protonem. Wykres został powtórzony po lewej stronie osi energii, aby lepiej zobrazować sztywną symetrię trójwymiarowej pałeczki, w której jest uwięziony elektron

Elektron w atomie wodoru wg. modelu Bohra



Seria Balmera



Przejście cząstki przez barierę potencjału

Podejście klasyczne

elektron o takiej energii kinetycznej *nie* przejdzie do tego obszaru

13

Przejście cząstki przez barierę potencjału

Energy

$E > V_0$

$E < V_0$

Przejście cząstki przez barierę potencjału

obszar I obszar II

$|\Psi_{II}|^2 \neq 0$??

Odpowiedź: Istnieje różne od zera prawdopodobieństwo znalezienia cząstki w obszarze II.

$$p_r(x_0) = |A|^2 \exp\left(-2 \cdot \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(U_0 - E)} x_0\right) \Delta x$$

Przejście cząstki przez barierę potencjału

11. Przejście cząstki przez barierę potencjału

Energia

fala padająca - $U - E$ U - wysokość bariery potencjału

fala odbita - R T - fala, która przeszła

L - szerokość bariery potencjału

gęstość prawdopodobieństwa znalezienia cząstki za barierą

gęstość prawdopodobieństwa znalezienia cząstki przed barierą

$$T \approx e^{-2\beta L}, \text{ gdzie } \beta = \sqrt{\frac{8\pi^2 m(U-E)}{h^2}}$$

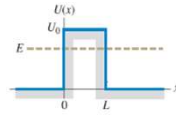
energia cząstki

współczynnik transmisji (przejścia) cząstki przez barierę dla warunku $\beta L \gg 1$

$T = \frac{I_{za \text{ barierą}}}{I_{przed \text{ barierą}}}$

Przejście cząstki przez barierę potencjału

Przykład:



- Elektron o energii 2,0 eV spotyka na swojej drodze barierę potencjału 5,0 eV. Szerokość bariery 1,0 nm. Jaki jest współczynnik transmisji?

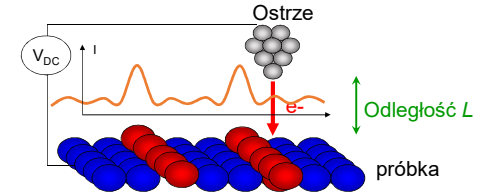
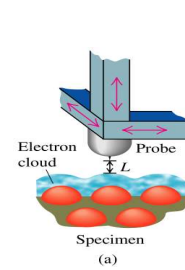
$$T = 7,1 \times 10^{-8}$$

- Elektron o energii 9,0 eV spotyka na swojej drodze barierę potencjału 10,0 eV. Szerokość bariery 1,0 nm. Jaki jest współczynnik transmisji?

$$T = 8,6 \times 10^{-3}$$

17

Mikroskop tunelowy

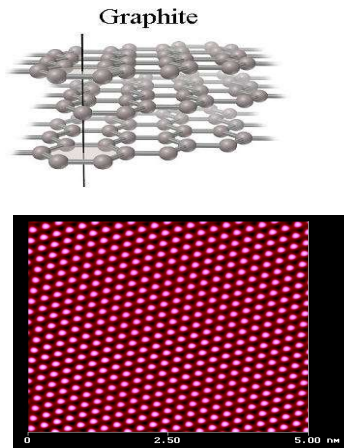
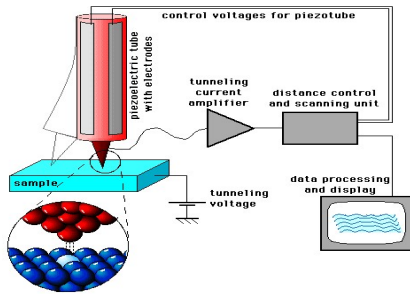


$$I \approx e^{-2\alpha L}$$

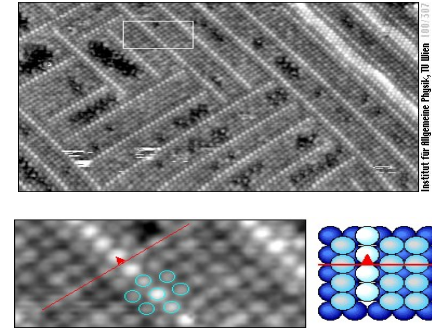
gdzie

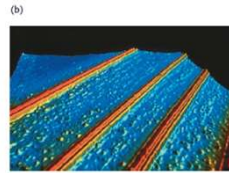
$$\alpha = \sqrt{\frac{2m}{\hbar}(U_0 - E)}$$

Mikroskop tunelowy



Mikroskop tunelowy





Hewlett-Packard LabPhoto Researchers, Inc.

This colored STM image shows "quantum wires": thin strips, just 10 atoms wide, of a conductive rare-earth silicide atop a silicon surface. Such quantum wires may one day be the basis of ultraminiaturized circuits.

21

Mikroskop tunelowy

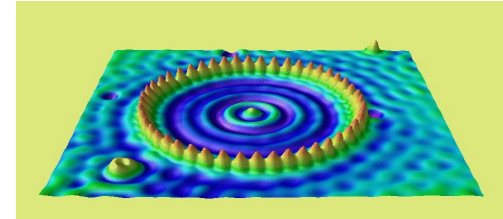
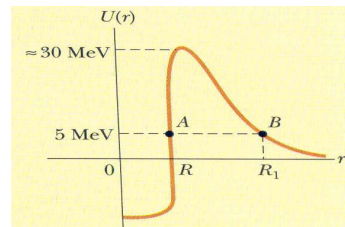
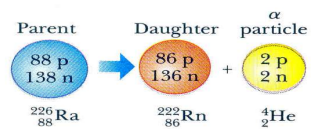


Image downloaded from IBM, Almaden, Calif.
It shows 48 Fe atoms arranged on a Cu (111) surface

Przejście cząstki przez barierę potencjału

Rozpad α jądra radu



Cząstka jako fala -podsumowanie

- Dyfrakcja elektronów na kryształach Ni
- Przejście elektronów przez dwie szczeliny
- Elektron w atomie wodoru wg modelu Bohra
- Kwantowanie energii
- Przejście cząstki przez barierę potencjału
- Rozpad α

Równanie Schroedingera

Funkcję falową, Ψ dla danej cząstki, lub bardziej złożonego układu fizycznego, otrzymujemy rozwiązując równanie różniczkowe nazywane równaniem Schroedingera. Jeżeli energia potencjalna cząstki U nie zależy od czasu, to równanie Schroedingera jest równaniem niezależnym od czasu i nazywa się **stacjonarnym równaniem Schroedingera**.

$$H\Psi = E\Psi$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi}{dx^2} + U(x)\Psi(x) = E\Psi(x)$$

$$H\Psi_i = E\Psi_i$$

$$\Psi = \sum_i c_i \Psi_i$$