

Równanie Schroedingera

Funkcję falową, Ψ dla danej cząstki, lub bardziej złożonego układu fizycznego, otrzymujemy rozwiązując równanie różniczkowe nazywane równaniem Schroedingera. Jeżeli energia potencjalna cząstki U nie zależy od czasu, to równanie Schroedingera jest równaniem niezależnym od czasu i nazywa się **stacjonarnym równaniem Schroedingera**.

$H\Psi_i = E\Psi_i$

$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi}{dx^2} + U(x)\Psi(x) = E\Psi(x)$

Atom wodoru

$U(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$

Rys. 40.15. Zależność energii potencjalnej U atomu wodoru od odległości r pomiędzy elektronem a protonem. Wykres został powtórzony po lewej stronie osi energii, aby lepiej zobrazować słeryczną symetrię trójwymiarowej pułapki, w której jest uwięziony elektron

dr Jan Szatkowski 2

Liczby kwantowe: n

(b) Energy-level diagram for hydrogen, showing some transitions corresponding to the various series

n - główna liczba kwantowa
 n - liczba naturalna, numeruje energię
 $n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$

$E_n = -136eV \cdot \frac{1}{n^2}$

Wartość momentu pędu elektronu
 $L = \sqrt{l(l+1)}\hbar \quad l = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1$

Wartość rzutu momentu pędu elektronu
 $L_z = m_l\hbar \quad m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, l$

dr Jan Szatkowski 3

TABLE 41.1 Quantum States of the Hydrogen Atom

| n | l | m_l | Spectroscopic Notation | Shell |
|-----|-----|-----------------|------------------------|-------|
| 1 | 0 | 0 | 1s | K |
| 2 | 0 | 0 | 2s | L |
| 2 | 1 | -1, 0, 1 | 2p | |
| 3 | 0 | 0 | 3s | M |
| 3 | 1 | -1, 0, 1 | 3p | |
| 3 | 2 | -2, -1, 0, 1, 2 | 3d | |
| 4 | 0 | 0 | 4s | N |

and so on

28.01.2023 4

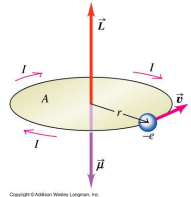
wartość momentu siły działającego na pętlę z prądem w polu magnrtycznym.

$$\mu = NIA$$

$$\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

Orbitalny moment magnetyczny elektronu w atomie wodoru



$$\vec{L} = \vec{r} \times (m_e \vec{v})$$

$$L = r \cdot (m_e v)$$

$$\mu_{orb} = IA$$

$$\mu_{orb} = \frac{e}{2\pi r / v} \cdot \pi r^2 = \frac{evr}{2} = \frac{evm_e r}{2m_e} = \frac{e}{2m} L$$

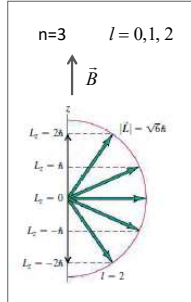
$$\vec{\mu}_{orb} = -\frac{e}{2m} \vec{L}$$

Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

28.01.2023 5

Model atomu wodoru wg. Bohra

Energia elektronu w atomie wodoru w polu magnetycznym $\vec{B} \neq 0$



$$E_p = -\vec{\mu}_{orb} \cdot \vec{B} = -\mu_{z,orb} B$$

$$\vec{\mu}_{orb} = -\frac{e}{2m} \vec{L}$$

$$E_p = -\vec{\mu}_{orb} \cdot \vec{B} = -\mu_{z,orb} B$$

$$\mu_{orb,z} = -\frac{e}{2m_e} L_z = -\frac{e}{2m_e} (m\hbar) = -\frac{e\hbar}{2m_e} m_l = -\mu_B m_l$$

$$E_p = -(-\mu_B m_l) B = m_l \mu_B B$$

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9.27 \times 10^{-34} \text{ J/T}$$

Model atomu wodoru wg. Bohra

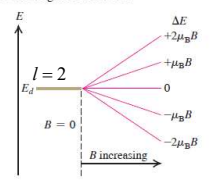
Energia elektronu w atomie wodoru w polu magnetycznym $\vec{B} \neq 0$

$$E_{n,l,m_l} = -\frac{13.6 \text{ eV}}{n^2} + m_l \mu_B B$$

Dla orbity $n=3$ mamy 3 dopuszczalne wartości l : $l = 0, 1, 2$,

Dla $l=2$

Figure 41.14 This figure shows how the splitting of the energy levels of a d state ($l = 2$) depends on the magnitude B of an external magnetic field, assuming only an orbital magnetic moment.



$$m_l = \pm 2, \pm 1, 0, \pm 1, \pm 2$$

Hugh D. Young, Roger A. Freedman, A. Lewis Ford - University Physics with Modern Physics-Pearson (2019).pdf

Własny moment magnetyczny cząstki - spin

Podobnie do momentu magnetycznego związanego z orbitalnym momentem pędu elektron posiada również własny moment magnetyczny związany z własnym momentem pędu L_s .

$$\vec{\mu}_s = -\frac{e}{m_e} \vec{L}_s$$

$$\vec{\mu}_s = -g_e \frac{e}{2m_e} \vec{L}_s$$

gdzie g_e jest stałą gyromagnetyczną elektronu.

Dla elektronu swobodnego $g_e=2$

dr. Jan Szatkowski 8

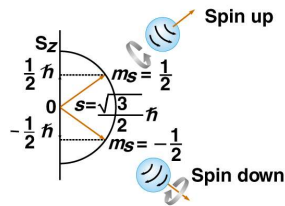
Własny moment pędu - spin

Wartość własnego moment pędu elektronu :

$$L_s = \hbar\sqrt{s(s+1)}$$

Liczba spinowa $s = \frac{1}{2} \Rightarrow L_s = \hbar\frac{\sqrt{3}}{2}$

Rzut własnego momentu pędu na wybraną oś



$$L_{sz} = m_s \hbar \quad m_s = \begin{cases} +\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{cases}$$

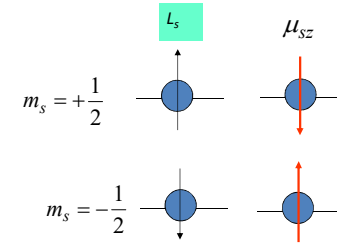
dr Jan Szatkowski

9

Własny moment magnetyczny elektronu

$$\mu_{sz} = -\frac{e}{m_e} L_{sz} = -\frac{e\hbar}{m_e} \cdot \left(\pm \frac{1}{2}\right)$$

$$\mu_{sz} = \mp \frac{e\hbar}{2m_e} = \mp \mu_B$$

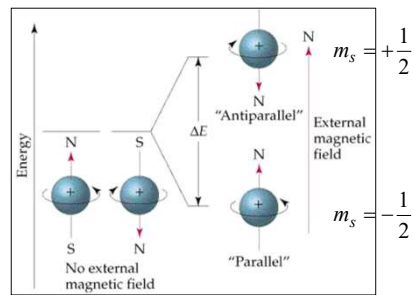


dr Jan Szatkowski

10

Elektron w polu magnetycznym

$$E = E_0 - \mu_{sz} B$$

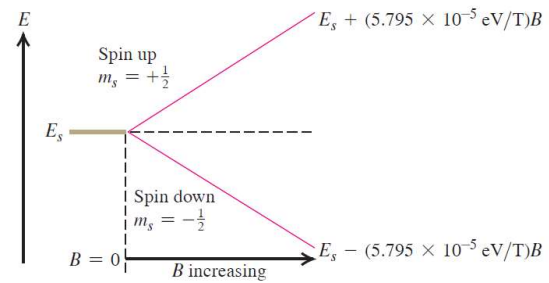


dr Jan Szatkowski

11

Elektron w polu magnetycznym

$$E = E_0 - \mu_{sz} B$$



dr Jan Szatkowski

12

Podstawowe własności charakteryzujące cząstkę

1. Masa spoczynkowa
2. Ładunek elektryczny
3. Energia
4. Moment pędu
5. Własny moment pędu (spin)

28.01.202313

Zakaz Pauliego

- Elektrony w atomie muszą różnić się przynajmniej jedną liczbą kwantową tzn. nie ma dwu takich elektronów których stan opisywany byłby przez ten sam zestaw liczb kwantowych n , ℓ , m_ℓ oraz m_s .

Zakaz Pauliego

Nie może być dwu elektronów w tym samym stanie kwantowym tzn. o tej samej energii momencie pędu, rzutu momentu pędu i spinie.

dr Jan Szatkowski 15

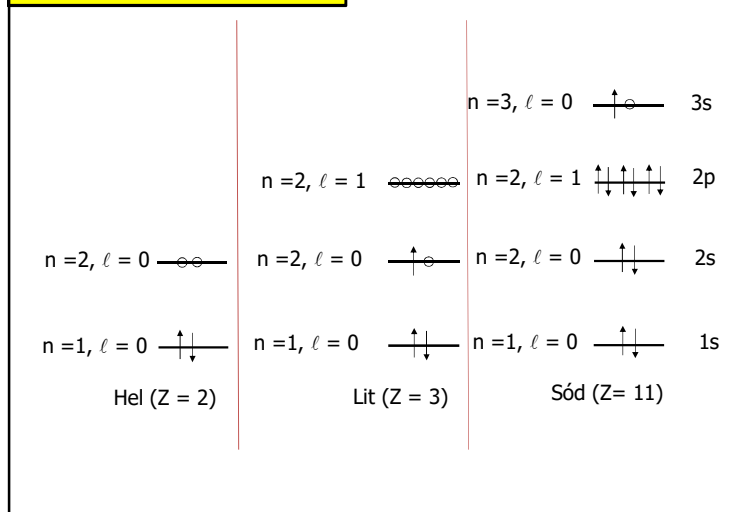
Atom

Stan elektronu charakteryzowany jest poprzez:
energię, wartość momentu pędu, rzut momentu pędu oraz wartość rzutu własnego momentu pędu

| nazwa | symbol | wartość |
|-----------------------------|--------|--------------------|
| główna liczba kwantowa | n | 1, 2, 3, ... |
| poboczna liczba kwantowa | l | 0, 1, 2, ... $n-1$ |
| magnetyczna liczba kwantowa | m_l | od $-l$ do $+l$ |
| spinowa liczba kwantowa | m_s | $\pm 1/2$ |

Elektrony w atomie muszą różnić się przynajmniej jedną liczbą kwantową tzn. nie ma dwu takich elektronów których stan opisywany byłby przez ten sam zestaw liczb kwantowych n , ℓ , m_ℓ oraz m_s .

Atomy helu, litu i sodu



Podstawowe własności charakteryzujące cząstkę

1. Masa spoczynkowa
2. Ładunek elektryczny
3. Energia
4. Moment pędu
5. Własny moment pędu (spin)

28.01.2023

18

Zasada wykluczenia Pauliego

- **Fermiony** – cząstki o połówkowej liczbie spinowej
W danym układzie cząstek może znajdować się jedynie jedna cząstka o tym samym zestawie liczb kwantowych
- **Bozony** – cząstki o całkowitej lub zerowej liczbie spinowej
W danym układzie cząstek może znajdować się dowolna liczba cząstek o tym samym zestawie liczb kwantowych

| Nazwa cząstki | Liczba spinowa s |
|---------------|--------------------|
| neutrino | 0 |
| pion | 0 |
| elektron | 1/2 |
| proton | 1/2 |
| foton | 1 |
| grawiton | 1 |
| gluon | 1 |