

### Efekt Comptona

**Efekt Comptona** nazywamy zmianę długości fali elektromagnetycznej w wyniku rozpraszania jej na swobodnych elektronach

Dr Jan Szatkowski 1

### Efekt Comptona - wyjaśnienie

- Zderzenia fotonów o pędzie  $p_i$  i energii  $E=hc/\lambda_i$  ze spoczywającymi elektronami.
- Elektron uzyskuje pęd  $p_e$ , a pęd fotonu maleje do wartości  $p_s$ .
- Długość rozpraszanej fali elektromagnetycznej zwiększa się do wartości  $\lambda_s=h/p_s$ .
- Kierunek propagacji fali ulega zmianie o kąt  $\phi$ . Zmiana długości fali jest tym większa, im większy jest kąt rozproszenia. Zależność zmiany długości fali od kąta rozpraszania wyznaczyć można wykorzystując prawa zachowania pędu i energii.

Dr Jan Szatkowski 2

### Efekt Comptona

$$\lambda_s - \lambda_i = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \phi)$$

$\frac{h}{m_e c} = 0.002426 \text{ nm} = \lambda_c$  (długość fali Compton'a)

Dr Jan Szatkowski 3

### Przypomnienie

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

$$E = c\sqrt{m_0^2 c^2 + p^2}$$

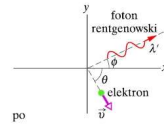
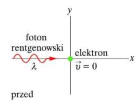
$$h\nu = c\sqrt{m_0^2 c^2 + p^2}$$

**Pęd fotonu**

Jeżeli  $m_0 = 0$ , to  $h\nu = cp \Rightarrow p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$

Dr Jan Szatkowski 4

**Efekt Comptona - wyjaśnienie**



$$\vec{p}_{0f} = \vec{p}_f + \vec{p}_e \quad \text{oraz} \quad c p_{0f} + m_e c^2 = c p_f + c \sqrt{m_e^2 c^2 + p_e^2}$$

Skąd  $p_e^2 = p_{0f}^2 + p_f^2 - 2p_{0f}p_f \cos \phi$  oraz  $(c p_{0f} + m_e c^2 - c p_f)^2 = m_e^2 c^4 + c^2 p_e^2$

Po wstawieniu  $p_e^2$  otrzymamy

$$(c p_{0f} + m_e c^2 - c p_f)^2 = m_e^2 c^4 + c^2 p_{0f}^2 + c^2 p_f^2 - 2c^2 p_{0f} p_f \cos \phi$$

Skąd po przekształceniach otrzymamy:

$$\frac{1}{p_f} - \frac{1}{p_{0f}} = \frac{1}{m_e c} (1 - \cos \phi) \Rightarrow \lambda_f - \lambda_{0f} = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \phi)$$

i

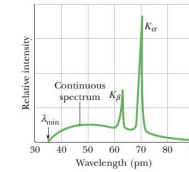
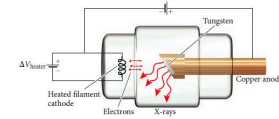
$$\Delta \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \phi)$$

$$\frac{h}{m_e c} = 0.002426 \text{ nm} \equiv \lambda_c \quad (\text{długość fali Compton'a})$$

Dr Jan Szatkowski

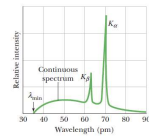
5

**Promieniowanie X**

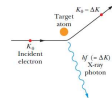


**Figure 40-10** The distribution by wavelength of the x rays produced when 35 keV electrons strike a molybdenum target. The sharp peaks and the continuous spectrum from which they rise are produced by different mechanisms.

**Promieniowanie X**



**Figure 40-10** The distribution by wavelength of the x rays produced when 35 keV electrons strike a molybdenum target. The sharp peaks and the continuous spectrum from which they rise are produced by different mechanisms.

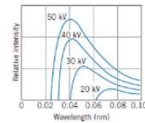


$$\lambda = Tc ; \lambda = \frac{1}{f} c ; f = \frac{c}{\lambda}$$

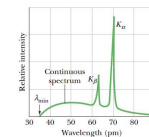
Jeżeli cała energia kinetyczna  $K_0$  elektronu zamieni się na energię jednego fotonu:

$$K_0 = hf = \frac{hc}{\lambda_{min}}$$

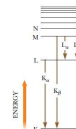
$$\lambda_{min} = \frac{hc}{K_0}$$



**Promieniowanie X – widmo charakterystyczne**



**Fig. 40-13** The distribution by wavelength of the x rays produced when 35 keV electrons strike a molybdenum target. The sharp peaks and the continuous spectrum from which they rise are produced by different mechanisms.



### Dualizm falowo-cząstkowy fali elektromagnetycznej

- W zjawiskach takich jak dyfrakcja czy interferencja fala elektromagnetyczna wykazuje typowe własności falowe.
- W zjawiskach m.in. takich jak efekt Comptona czy efekt fotoelektryczny **fala** elektromagnetyczna wykazuje naturę korpuskularną, tzn. jest strumieniem cząstek zwanych **fotonami**.

#### Zasada komplementarności

Fotony czy też elektrony oraz obiekty mikroświata w jednych zjawiskach mogą zachowywać się jak fala, a w innych jak cząstka tzn. wykazują zarówno własności falowe jak i korpuskularne. Obie te cechy uzupełniają się wzajemnie, dając pełny opis danego obiektu.

### Fale materii

### Fale materii

#### ■ Hipoteza de Broglie'a .

- W 1924 roku L. de Broglie założył, że dualizm cząstkowo - falowy jest własnością charakterystyczną nie tylko dla fali elektromagnetycznej, ale również dla cząstek o masie spoczynkowej różnej od zera. Oznacza to, że cząstki takie jak np. elektrony powinny również wykazywać własności falowe. Fale te nazwał on **falami materii**. Założył, że długość fal materii określona jest tym samym związkiem, który stosuje się do fotonów :

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Piłka

Masa = 1 kg    prędkość = 1 m / s

$$\lambda = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{(1 \text{ kg})(1 \text{ m/s})} = 6.63 \times 10^{-34} \text{ m}$$

*Nieosiągalna do zaobserwowania*

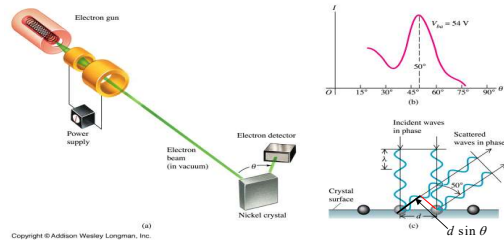
Elektron

Masa =  $9.11 \times 10^{-31}$  kg    prędkość =  $10^6$  m / s

$$\lambda = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ Joula} \cdot \text{s}}{(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(10^6 \text{ m/s})} = 7.28 \times 10^{-10} \text{ m}$$

*Można zaobserwować dyfrakcję takiej fali na materiałach krystalicznych*

Doświadczenie C.J.Davissona i L.G.Germera



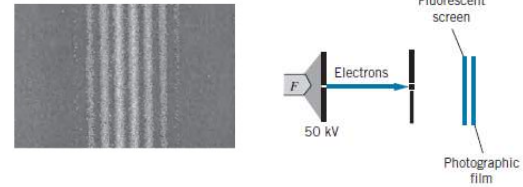
Zakładając, że to fala ulega dyfrakcji otrzymano, że jej długość powinna być równa :

$$\lambda = d \sin \theta = 0.165 \text{ nm}$$

Traktując elektrony jako fale ze wzoru de Broglie otrzymujemy w tym przypadku:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meV_{ba}}} = 0.167 \text{ nm}$$

Przejście elektronów przez dwie szczeliny



Double-slit apparatus for electrons. Electrons from the hot filament *F* are accelerated through 50 kV (corresponding to  $\lambda = 5.4 \text{ \AA}$ ) and pass through the double slit of separation  $2.0 \mu\text{m}$  and width  $0.5 \mu\text{m}$ . They produce a visible pattern when they strike a fluorescent screen (like a TV screen), and the resulting pattern is photographed. A photograph is shown in Figure . [See C. Jonsson, *American Journal of Physics* **42**, 4 (1974).]

Przejście elektronów przez dwie szczeliny

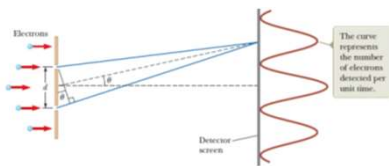
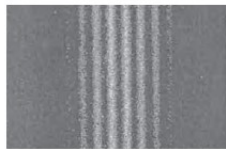


Figure 40.21 Electron interference. The slit separation *d* is much greater than the individual slit widths and much less than the distance between the slit and the detector screen.

Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics, Eighth Edition  
Raymond A. Serway and John W. Jewett, Jr.



Przejście elektronów przez dwie szczeliny

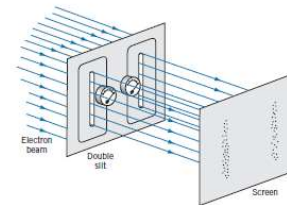
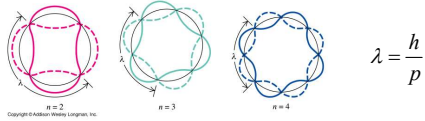


FIGURE 4.17 Apparatus to record passage of electrons through slits. Each slit is surrounded by a loop with a meter that signals the passage of an electron through the slit. No interference fringes are seen on the screen.

Kenneth S. Krane, *Modern Physics*, 3rd ed.

## Elektron w atomie wodoru wg modelu Bohra



Dozwolone orbity

$$2\pi R_n = n\lambda = n \frac{h}{p}$$

$$2\pi R_n = n \frac{h}{p}$$

$$pR_n = n \frac{h}{2\pi}$$

$$p_n R_n = n\hbar \iff L_n = n\hbar$$

## Funkcja falowa

Zgodnie z hipotezą de Broglie'a, cząstki takie jak elektron czy proton, mają własności falowe.

Własności falowe cząstki (lub innego obiektu) w mechanice kwantowej opisuje tzw. **funkcja falowa**  $\Psi(x,t)$ :

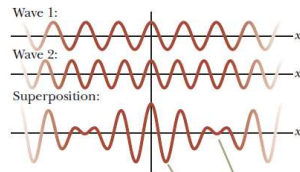
- zawiera w sobie wszystkie informacje o obiekcie (np. cząstce)
- w ogólnym przypadku jest to funkcja zespolona współrzędnych przestrzennych oraz czasu
- musi być funkcją ciągłą, a także musi mieć ciągłą pochodną
- Kwadrat modułu funkcji falowej

$$|\psi|^2 = \psi^* \psi$$

jest **gęstością prawdopodobieństwa** znalezienia cząstki w chwili  $t$  w pewnym punkcie przestrzeni

$$pr_{\Delta V} = |\psi|^2 \Delta V$$

## Cząstka swobodna - paczka falowa



$$\Psi(x) = \sum_i A(\lambda_i) \sin \frac{2\pi}{\lambda_i} x$$

